

2 乗法の公式

<目標>

乗法の公式を使って、いろいろな式を手際よく展開することができる。

<問題>

下の3つの式から次の内容について考えましょう。

- (1) 展開したあとの式の、 x の係数について
 - (2) 展開したあとの式の、数の項について
- どのようなことがわかりますか。

$$\begin{aligned}(1) \quad & (x+3)(x+5) \\ & = x^2 + 5x + 3x + 15 \\ & = x^2 + \underline{8x} + \underline{15} \\ & \quad \quad \underline{3+5} \quad \underline{3 \times 5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & (x+4)(x-6) \\ & = x^2 - 6x + 4x - 24 \\ & = x^2 - \underline{2x} - \underline{24} \\ & \quad \quad \underline{4-6} \quad \underline{4 \times (-6)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & (x-2)(x-7) \\ & = x^2 - 7x - 2x + 14 \\ & = x^2 - \underline{9x} + \underline{14} \\ & \quad \quad \underline{-2-7} \quad \underline{(-2) \times (-7)}\end{aligned}$$

与えられた式の特徴は、

- 1 () の中の項が2つ
- 2 2つのうち、1つが同じ項 (赤で示されている項) となっていることです。

そこで、与えられた式を $(x+a)(x+b)$ とします。すると、

$$\begin{array}{ll} x \text{ の係数は} & (a+b) \times 1 \quad (\times 1 \text{ が必要な理由はあとで説明します}) \\ \text{数の項は} & a b\end{array}$$

となっていることがわかります。

このことから、次の公式が成り立ちます。

<公式1>

$$\begin{aligned}(x+a)(x+b) \\ = x^2 + (a+b)x + ab\end{aligned}$$

<注意>

2つめの項 $(a+b)x$ については、 $a+b$ に x をつけ足すだけと考えがちです。しかし、下の内容のように注意が必要です。

<間違いやすい問題>

$$\begin{aligned}(3x+2)(3x+5) \\ = 9x^2 + \underline{7x} + 10 \\ \quad \quad \underline{2+5}\end{aligned}$$



<正解>

$$\begin{aligned}(3x+2)(3x+5) \\ = 9x^2 + 15x + 6x + 10 \\ = 9x^2 + \underline{21x} + 10\end{aligned}$$

すなわち、 x の係数が1以外のときの注意が必要になってきます。

$$\begin{aligned} & (3x+2)(3x+5) \\ &= (3x)^2 + (2+5) \times 3x + 2 \times 5 \\ &= 9x^2 + 21x + 10 \end{aligned}$$

<重要>

x の係数が1以外のとき、

$$\begin{aligned} & (cx+a)(cx+b) \\ &= c^2x^2 + (a+b) \times cx + ab \end{aligned}$$

<練習問題>

教科書 P.18 問1 を、公式を利用して展開しなさい。

①

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x+2)(x+3) \\ &= x^2 + (2+3)x + 2 \times 3 \\ &= x^2 + 5x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (x-6)(x-4) \\ &= x^2 + (-6-4)x - 6 \times (-4) \\ &= x^2 - 10x + 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & (x+9)(x-5) \\ &= x^2 + (9-5)x + 9 \times (-5) \\ &= x^2 + 4x - 45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & (x+5)(x-8) \\ &= x^2 + (5-8)x + 5 \times (-8) \\ &= x^2 - 3x - 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad & (a-1)(a+2) \\ &= a^2 + (-1+2)a - 1 \times 2 \\ &= a^2 + a - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & (y+2)(y-6) \\ &= y^2 + (2-6)y + 2 \times (-6) \\ &= y^2 - 4y - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\star) \quad & (2x+5)(2x+9) \\ &= (2x)^2 + (5+9) \times 2x + 5 \times 9 \\ &= 4x^2 + 28x + 45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\star) \quad & (3x-2)(3x+4) \\ &= (3x)^2 + (-2+4) \times 3x - 2 \times 4 \\ &= 9x^2 + 6x - 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\star) \quad & (-4x+3)(-4x-7) \\ &= (-4x)^2 + (3-7) \times (-4x) + 3 \times (-7) \\ &= 16x^2 + 16x - 21 \end{aligned}$$

<練習問題>

計算ドリル75 乗法公式(1)を、公式を利用して展開しなさい。

※家庭学習ノートにやりなさい。その際に、2行目の式を省ける人は省いてかまいません。