

■ いろいろな因数分解

<目標>

既習事項を組み合わせて、因数分解することができる。

<例題>

$ax^2 + 6ax - 16a$ を因数分解しなさい。

<考え方>

3つの項に共通な因数 a があるので、まずそれを取り出してから公式を利用する。

$$\begin{aligned} ax^2 + 6ax - 16a &= a(x^2 + 6x - 16) \\ &= a(x + 8)(x - 2) \end{aligned}$$

<練習問題>

教科書P. 28問10を解きなさい。

<例題1>

$(x-1)y - (x-1)$ を因数分解しなさい。

<考え方>

$(x-1)$ を1つのものとみる。

$$\begin{aligned} x-1 &= M \quad \text{とすると,} \\ (x-1)y - (x-1) & \quad x-1 \text{ を } M \text{ に置き換える} \\ &= My - M \quad \text{共通因数 } M \text{ を取り出す} \\ &= M(y-1) \quad M \text{ をもとの } x-1 \text{ に戻す} \\ &= (x-1)(y-1) \end{aligned}$$

<例題2>

$(x+2)^2 - 3(x+2) - 4$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} x+2 &= M \quad \text{とすると,} \\ (x+2)^2 - 3(x+2) - 4 &= M^2 - 3M - 4 \\ &= (M-4)(M+1) \\ &= (x+2-4)(x+2+1) \\ &= (x-2)(x+3) \end{aligned}$$

<練習問題>

教科書P. 29問11, 練習問題を解きなさい。

⑩

$$(1) 5x^2 - 45 \\ = 5(x^2 - 9)$$

$$= 5(x+3)(x-3)$$

$$(3) 2bx^2 - 4bx - 16b$$

$$= 2b(x^2 - 2x - 8)$$

$$= 2b(x-4)(x+2)$$

$$(2) 3ax^2 + 12ax + 12a$$

$$= 3a(x^2 + 4x + 4)$$

$$= 3a(x+2)^2$$

$$(4) 4a^2b - bx^2$$

$$= b(4a^2 - x^2)$$

$$= b(2a+x)(2a-x)$$

⑪

$$(1) a+b=M \text{ とする。}$$

$$(a+b)x + (a+b)y$$

$$= Mx + My$$

$$= M(x+y)$$

$$= (a+b)(x+y)$$

$$(2) x+3=M \text{ とする。}$$

$$(x+3)^2 - 7(x+3) + 10$$

$$= M^2 - 7M + 10$$

$$= (M-2)(M-5)$$

$$= (x+3-2)(x+3-5)$$

$$= (x+1)(x-2)$$

$$(3) a+b=M \text{ とする。}$$

$$(a+b)^2 + 5(a+b) + 6$$

$$= M^2 + 5M + 6$$

$$= (M+2)(M+3)$$

$$= (a+b+2)(a+b+3)$$

☆やや難

$$(4) 3x(2-y) - y + 2$$

$$= 3x(2-y) + (2-y)$$

$$2-y=M \text{ とする。}$$

$$= 3xM + M$$

$$= M(3x+1)$$

$$= (2-y)(3x+1)$$

教科書 P.29 練習問題 <説明>

① 共通因数の取り出し

(1) $mx - my$
 $=m(x - y)$

(3) $axy + ay + a$
 $=a(xy + y + 1)$

(5) $18a^2b - 12ab$
 $=6ab(3a - 2)$

(6) $4abc + 16ab - 8bc$
 $=4b(ac + 4a - 2c)$

(2) $2ab - 4b^2$
 $=2b(a - 2b)$

(4) $-14a^2 - 21ab + 7a$
 $= -7a(2a + 3b - 1)$

<重要>

この問題の場合は、
 $7a(-2a - 3b + 1)$ とはしない。共通因数を-1と
見て因数分解する問題もある。

② 公式

(1) $x^2 + 10x + 25$ 平方の公式
 $= (x + 5)^2$

(3) $x^2 - 64$ 和と差の積
 $= (x + 8)(x - 8)$

(5) $100 - 20y + y^2$ 平方の公式
 $= (10 - y)^2$

<重要>

この問題を $(y - 10)^2$ と記述する人がいます。
正解ですが、この問題の場合は、あえて式の順番
を $y^2 - 20y + 100$ と入れ替える必要はありません。

(2) $a^2 - 14a + 49$ 平方の公式
 $= (a - 7)^2$

(4) $25a^2 - 16b^2$ 和と差の積
 $= (5a + 4b)(5a - 4b)$

(6) $4x^2 + 20x + 25$ 平方の公式
 $= (2x + 5)^2$

③ 一般的な乗法の公式

(1) $x^2 + 4x + 3$
 $= (x + 1)(x + 3)$

(3) $x^2 - x - 6$
 $= (x - 3)(x + 2)$

(5) $x^2 + 5x - 14$
 $= (x + 7)(x - 2)$

(7) $a^2 - 8a + 12$
 $= (a - 2)(a - 6)$

(2) $x^2 + x - 2$
 $= (x + 2)(x - 1)$

(4) $x^2 - 3x - 18$
 $= (x - 6)(x + 3)$

(6) $x^2 - 6x - 16$
 $= (x - 8)(x + 2)$

(8) $a^2 + 2a - 3$
 $= (a + 3)(a - 1)$

$$\begin{aligned}
 (9) & 28 - 16x + x^2 \\
 & = x^2 - 16x + 28 \\
 & = (x-2)(x-14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (10) & -2x - 3 + x^2 \\
 & = x^2 - 2x - 3 \\
 & = (x-3)(x+1)
 \end{aligned}$$

この問題の場合は、先に順番を入れ替えてから (9) の考え方と同様です。考える方がわかりやすいです。

④

$$\begin{aligned}
 (1) & 4x^2 - 12x - 40 \\
 & = 4(x^2 - 3x - 10) \\
 & = 4(x-5)(x+2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & -3ax^2 + 6ax - 3a \\
 & = -3a(x^2 - 2x + 1) \\
 & = -3a(x-1)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) & x^2y - y \\
 & = y(x^2 - 1) \\
 & = y(x+1)(x-1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & a(x+y) - 3(x+y) && x+y=M \quad \text{とおく} \\
 & = aM - 3M \\
 & = M(a-3) && M \text{を} x+y \text{に戻す} \\
 & = (x+y)(a-3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) & (a-b)^2 - c^2 && a-b=M \quad \text{とおく} \\
 & = M^2 - c^2 \\
 & = (M+c)(M-c) && M \text{を} a-b \text{に戻す} \\
 & = (a-b+c)(a-b-c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (6) & (a+b)^2 - 4(a+b) + 4 && a+b=M \quad \text{とおく} \\
 & = M^2 - 4M + 4 \\
 & = (M-2)^2 && M \text{を} a+b \text{に戻す} \\
 & = (a+b-2)^2
 \end{aligned}$$

<よくある質問>

「 $a^2 - 8a + 12 = (a-2)(a-6)$ を $a^2 - 8a + 12 = (a-6)(a-2)$ とかいてもいいですか」と聞かれます。

もちろん正解です。ですから、

$x^2 - 6x - 16 = (x-8)(x+2)$ を $x^2 - 6x - 16 = (x+2)(x-8)$ とかいても全く問題ありません。ここに掲

載されている解答は、() の中が異符号の時、

$$x^2 + 5x - 14 = (x+7)(x-2), \quad x^2 - 6x - 16 = (x-8)(x+2)$$

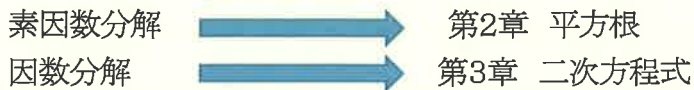
プラスのときは、プラスが先 マイナスの時はマイナスが先

にかかれています。

<注意！>

ただし、 $x^2 - 6x - 16$ の因数分解が $(x-2)(x+8)$ と符号が逆になってしまうのはNGです。こうなると、 x の係数の符号が変わってしまいます。

この単元で学習する内容は、今後の学習の基本になる内容ばかりです。



で必ず使います。今の段階で、必ず理解するように努力しましょう。

<Challenge 問題>

私立高校受験，学校選択問題を採用する公立高校を受検する予定の人は，是非次の問題にも取り組んでみましょう。(できたらすばらしい！)

<素因数分解>

1 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 128 (2) 1014 (3) 9991

2 次の式を因数分解しなさい。

(1) $(2x+3)^2 - (x-1)^2$

(2) $mx+my+5x+5y$

(3) $x^2+2x+1-y^2$

(3) $9x^2-(y-z)^2$

(☆☆) $4xy^2-4y^2-x+1$

(☆☆) $6x^2+19x+10$