

前回の証明について <下の証明は、必ず書けるようにしておこう！>

<証明>

十の位の数を a 、一の位の数をそれぞれ b 、 c とすると、
十の位の数が同じで一の位の数の和が10である2数は、

$$10a+b, 10a+c, b+c=10$$

と表される。よって、その2数の積は

$$(10a+b)(10a+c)$$

$$=100a^2+10ac+10ab+bc$$

と表される。

ここで、 $10ac+10ab$ は、 $10a(b+c)$ と表せるので、

$$=100a^2+10ac+10ab+bc$$

$$=100a^2+10a(b+c)+bc$$

と表すことができる。ここで、 $b+c=10$ なので、上の式の $b+c$ に 10 を代入すると、

$$=100a^2+10a(b+c)+bc$$

$$=100a^2+10a \times 10+bc$$

$$=100a^2+100a+bc$$

$$=100a(a+1)+bc$$

と表わされる。

$a(a+1)$ は、(十の位の数)×(十の位の数+1)を表し、 $100 a(a+1)$ は上2けた(百以上の位)の数が(十の位の数)×(十の位の数+1)であることを表している。

また、 bc は下2 けたの数を表している。

よって、十の位の数が同じで、一の位の数の和が10である2数の積は

下2けたは 一の位の積 , 上2けた(百以上の位)は、(十の位の数)×(十の位の数+1)

で求めることができる。

<重要>

2けた, 3けた, ... の自然数や整数の文字を使った表し方は覚えてください。

ここがポイント！！

<目標>

・因数分解や展開を利用して、数の計算や式の値を手際よく計算することができる。

<問題>

17^2-13^2 を工夫して計算しなさい。

問題文中に「工夫して」とあるので、筆算で求めたり、

$17^2=289$, $13^2=169$ と暗記しているから、それが工夫で

$$289-169=120 \text{ である}$$

では正解になりません。

<解説>

「工夫」とはこの問題の場合、「和と差の積の公式を利用すること」を表します。

$$17^2-13^2 = (17+13) \times (17-13)$$

$$= 30 \times 4$$

$$= 120$$

<重要！>

赤文字の部分が記述されていることが問題文に「工夫して」とかかかれているときの正解の条件になります。

<練習問題>

教科書 P.32 問1を、工夫して計算しなさい。

①

$$\begin{aligned}(1) 45^2 - 35^2 \\ &= (45 + 35) \times (45 - 35) \\ &= 80 \times 10 \\ &= 800\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 76^2 - 24^2 \\ &= (76 + 24) \times (76 - 24) \\ &= 100 \times 52 \\ &= 5200\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) 198^2 - 98^2 \\ &= (198 + 98) \times (198 - 98) \\ &= 296 \times 100 \\ &= 29600\end{aligned}$$

<ポイント>

因数分解を利用して平方の差の計算するとき、2数の和や差が10、100になっているときは非常に有効な方法です。また、第7章「三平方の定理」でも、この考え方は非常に便利です。

<問題>

104^2 を工夫して計算しなさい。

<解説>

「工夫」とは「公式を利用すること」を表します。

$$\begin{aligned}104^2 \\ &= (100 + 4)^2 \\ &= 100^2 + 2 \times 4 \times 100 + 4^2 \\ &= 10000 + 800 + 16 \\ &= 10816\end{aligned}$$

<注意>

2乗の計算を2倍の計算と間違えないようにする。

$$\begin{aligned}100^2 + 2 \times 4 \times 100 + 4^2 \\ &= 200 + 800 + 8 \\ &\text{NG!} \qquad \qquad \text{NG!!}\end{aligned}$$

<練習問題>

教科書 P.33 問2を、工夫して計算しなさい。

②

$$\begin{aligned}(1) 102^2 \\ &= (100 + 2)^2 \\ &= 100^2 + 2 \times 2 \times 100 + 2^2 \\ &= 10000 + 400 + 4 \\ &= 10404\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) 41 \times 39 \\ &= (40 + 1) \times (40 - 1) \\ &= 40^2 - 1^2 \\ &= 1600 - 1 \\ &= 1599\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) 99^2 \\ &= (100 - 1)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 1 \times 100 + 1^2 \\ &= 10000 - 200 + 1 \\ &= 9801\end{aligned}$$