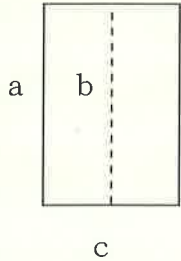


- ・具体的な場面で、式の意味を読み取ったり、式を目的に応じて変形したりして、数量の関係や図形の性質をとらえ、その過程を振り返ることができる。
- ・問題を解決するために、式を展開したり、因数分解したりすることが手際よくできる。

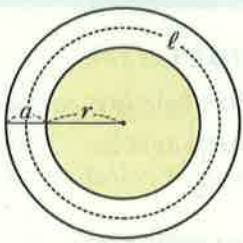
この内容に対する取り組み、理解度は、実際に授業で扱っても難しいという生徒が多い内容です。図形の知識と式の計算の知識を活用して、理解できるまで取り組みましょう。

長方形の面積を求める公式＝縦×横



左の図の長方形では、縦の長さは実線、破線とも同じ長さです。だから、面積は $a c = b c$ となります。

それでは、長方形が次のような図になったらどうなるでしょうか。



<問題>

半径 r の円形の花だんのまわりに、右の図のように幅 a の道がついています。この道の面積を S 、道のまん中を通る円周の長さを l とするとき、 $S = a l$ となることを証明しなさい。

道の面積は、一番外側の円の面積から一番内側の円の面積をひけば求まります。その値と $a l$ が等しくなることを文字の式で表します。

<証明>

道の面積は、

$$\begin{aligned}
 \text{大円} - \text{小円} &= \pi (a + r)^2 - \pi r^2 \\
 &= \pi (a^2 + 2 a r + r^2) - \pi r^2 \\
 &= \pi a^2 + 2 \pi a r + \pi r^2 - \pi r^2 \\
 &= \pi a^2 + 2 \pi a r \quad \dots \textcircled{1}
 \end{aligned}$$

道のまん中を通る円周の長さ l は、半径が $r + \frac{a}{2}$ だから、

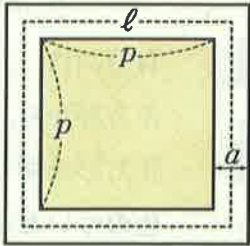
$$l = 2 \pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2 \pi r + \pi a$$

$$\begin{aligned}
 a l &= a (2 \pi r + \pi a) \\
 &= 2 \pi a r + \pi a^2 \quad \dots \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

よって、①、② より $S = a l$ である。

以上の証明は、
 (1) 円の面積，円周の長さを求める公式
 (2) 分数の計算
 ができれば理解できる内容です。

<課題>



左の図のように，1辺の長さが p の正方形の花だんの周りに，幅 a の道がついています。

この道の面積を S ，道のまん中を通る線の長さを l とするとき，

$$S = a l$$

となることを証明しなさい。

前ページの証明を参考にして証明しなさい。

<証明>

道の面積は，

$$\begin{aligned} \text{大正方形} - \text{小正方形} &= (p + 2a)^2 - p^2 \\ &= (p^2 + 4ap + 4a^2) - p^2 \\ &= p^2 + 4ap + 4a^2 - p^2 \\ &= 4ap + 4a^2 \end{aligned} \quad \dots \textcircled{1}$$

道のまん中を通る長さ l は，1辺が $p + a$ だから，

$$\begin{aligned} l &= 4(p + a) \\ &= 4p + 4a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a l &= a(4p + 4a) \\ &= 4ap + 4a^2 \end{aligned} \quad \dots \textcircled{2}$$

よって， $\textcircled{1}$ ， $\textcircled{2}$ より $S = a l$ である。