

根号をふくむ式の計算

1 根号をふくむ式の乗法, 除法

<目標>

- 根号をふくむ式の乗法, 除法や式の変形が手際よくできる。
- 根号をふくむ式の乗法, 除法のしかたについて理解する。

<問題>

たての長さが 3 cm, 横の長さが 5 cm の長方形の面積を求めなさい。
また, たての長さが $\sqrt{3}$ cm, 横の長さが $\sqrt{5}$ cm の長方形の面積を求めなさい。

長方形の面積 = たて \times 横 なので,

$$3 \times 5 = 15 \quad 15 \text{ cm}^2$$

となります。それでは,

$\sqrt{3} \times \sqrt{5}$ は, どのように計算すればいいでしょうか。

<予想>

$\sqrt{3} \times \sqrt{5}$ の計算は, $3 \times 5 = 15$ と同じように考えて,

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15} \quad \text{と計算できる。}$$

<考え方>

両辺を 2 乗して考える。

$$\begin{aligned} \text{<左辺の 2 乗>} &= (\sqrt{3} \times \sqrt{5})^2 & \text{<右辺の 2 乗>} &= (\sqrt{15})^2 \\ &= (\sqrt{3} \times \sqrt{5}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{5}) & &= 15 \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \\ &= (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{5})^2 & \text{となる。} \\ &= 3 \times 5 \\ &= 15 \end{aligned}$$

よって, $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$ である。

$$\text{また, } \sqrt{2} \div \sqrt{5} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} \quad \text{も,}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{5})^2} = \frac{2}{5} \quad \text{となるので,}$$

$$\sqrt{2} \div \sqrt{5} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} \quad \text{は成り立ちます。}$$

<重要>

正の数 a, b で, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

<練習問題>

教科書 P. 52 問1を解きなさい。(家庭学習ノートにやる)

①

$$\begin{aligned} (1) \quad & \sqrt{6} \times \sqrt{5} \\ & = \sqrt{6 \times 5} \\ & = \sqrt{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \sqrt{10} \times \sqrt{40} \\ & = \sqrt{10 \times 40} \\ & = \sqrt{400} \\ & = 20 \end{aligned}$$

<注意>

(2) の答えは, $\sqrt{400}$ ではNGです。

有理数に直せる数は有理数で表します。

(5) も同様です。

$$\begin{aligned} (3) \quad & \sqrt{7} \times (-\sqrt{2}) \\ & = -\sqrt{7 \times 2} \\ & = -\sqrt{14} \end{aligned}$$

$$(4) \quad \sqrt{39} \div \sqrt{3} = \sqrt{\frac{39}{3}} = \sqrt{13}$$

※パソコンの都合上, 横に式を書きました。みなさんは, 通常通りたて長に書いてください。

$$(5) \quad \sqrt{45} \div \sqrt{5} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} = 3$$

$$(6) \quad (-\sqrt{14}) \div \sqrt{12} = -\sqrt{\frac{14}{12}} = -\sqrt{\frac{7}{6}}$$