

□ 根号を含む式の和と差

<目標>

根号を含む式の加法・減法が手際よくできる

<問題>

根号のついた数の乗法は、 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$ と計算することができました。

それでは、 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3} = \sqrt{5}$ と計算することができるでしょうか。

<考え方 その1>

近似値を利用して考える。

$$\sqrt{2} = 1.414, \quad \sqrt{3} = 1.732, \quad \sqrt{5} = 2.236 \text{ より,}$$

$$1.414 + 1.732 \neq 2.236 \text{ だから}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5} \text{ である。}$$

<考え方 その2>

特別な場合を利用して考える。

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 \neq \sqrt{13} \text{ だから,}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5} \text{ である。}$$

<考え方 その3>

両辺を2乗して考える

$$\begin{array}{l} \text{左辺の2乗} \quad (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \qquad \qquad \qquad \text{右辺の2乗} \quad (\sqrt{5})^2 = 5 \end{array}$$

$$= (\sqrt{2})^2 + 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$$

$$= 2 + 3 + 2\sqrt{6}$$

$$= 5 + 2\sqrt{6}$$

よって、 $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$ である。

<非常に重要>

$a + \sqrt{b}$ や $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ は、これ以上まとめる（計算する）ことはできません。

$4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$ のように、 $\sqrt{\quad}$ の部分が同じときは、

$4a + 3a = 7a$ と同じように考えて

$4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ のようにまとめることができます。

<加法・減法の基本的な考え方>

$$(1) 7 + 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} \quad (2) 3\sqrt{3} + \sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$= 7 - 2\sqrt{5} \quad = \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

<非常に重要>

$\sqrt{\quad}$ の中の数が違っていても、簡単にできるときは簡単にしてから計算します。

(例) $\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{3}$

$$= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{50} - \frac{4}{\sqrt{2}}$$

分母に $\sqrt{\quad}$ がついている場合は、分母を有理化してから計算します。

$$= 5\sqrt{2} - \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

この問題の内容は、埼玉県の公立高校入試に出題されています。

$$= 5\sqrt{2} - \frac{4\sqrt{2}}{2}$$

$$= 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

<練習問題>

教科書P. 56 問1, P. 57 問2, 3 と計算ドリル 88 89 を解きなさい。

①

$$(1) \quad 8\sqrt{6} - 2\sqrt{6} \\ = 6\sqrt{6}$$

$$(2) \quad -\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ = 3\sqrt{3}$$

$$(3) \quad 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 2 \\ = -2\sqrt{2} + 2$$

$$(4) \quad 4\sqrt{5} + 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} \\ = \sqrt{5} + 3\sqrt{3}$$

②

$$(1) \quad \sqrt{75} + \sqrt{27} \\ = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ = 8\sqrt{3}$$

$$(2) \quad \sqrt{72} + \sqrt{32} \\ = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ = 10\sqrt{2}$$

$$(3) \quad \sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{2} \\ = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} \\ = 0$$

$$(4) \quad \sqrt{20} - \sqrt{45} - \sqrt{5} \\ = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - \sqrt{5} \\ = -2\sqrt{5}$$

③

$$(1) \quad \sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}} \\ = \sqrt{3} + \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ = \sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3} \\ = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ = 3\sqrt{3}$$

$$(2) \quad \frac{10}{\sqrt{5}} - \sqrt{45} \\ = \frac{10 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} - 3\sqrt{5} \\ = \frac{10\sqrt{5}}{5} - 3\sqrt{5} \\ = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\ = -\sqrt{5}$$